Koniunkcja = and Alternatywa Negacja ~ Implikacja Rownowaznosc

\begin{displaymath}\begin{array}{c\vert c\vert c}p&q&p\land q \hline 1&1&1 1&0&0 0&1&0\\
0&0&0\end{array}\end{displaymath} \begin{displaymath}\begin{array}{c\vert c\vert c}p&q&p\lor q \hline 1&1&1 1&0&1 0&1&1\\
0&0&0\end{array}\end{displaymath} \begin{displaymath}\begin{array}{c\vert c}p&\neg p \hline 0&1 1&0\end{array}\end{displaymath}\begin{displaymath}\begin{array}{c\vert c\vert c}p&q&p\Rightarrow q \hline 1&1&1 0&1&1\\
0&0&1 1&0&0\end{array}\end{displaymath}\begin{displaymath}\begin{array}{c\vert c\vert c}p&q&p\Leftrightarrow q \hline 1&1&1 1&0&0 0&1&0\\
0&0&1\end{array}\end{displaymath}

Mówimy, że formuła $\alpha(p,q,r,\dots)$jest tautologią , gdy jest zdaniem prawdziwym dla dowolnych zdań $p,q,r,\dots$

Poniżej podajemy przykłady tautologii. Niektóre z nich mają w logice tradycyjne nazwy.   
$p\lor\neg p$(prawo wyłączonego środka)   
$p\Leftrightarrow p$

$\neg(p\land\neg p)$(prawo sprzeczności, w klasycznej logice wyrażano je mówiąc: ``nie może być tak, że prawdą jest równocześnie zdanie $p$i jego negacja'')   
$p\Leftrightarrow\neg(\neg p)$(prawo podwójnej negacji)   
$[(p\Rightarrow q)\land(q\Rightarrow r)]\Rightarrow(p\Rightarrow r)$(prawo przechodniości implikacji)   
$(p\Rightarrow q)\Leftrightarrow(\neg q\Rightarrow\neg p)$(prawo transpozycji, zwane też prawem kontrapozycji)   
$\neg(p\land q)\Leftrightarrow\neg p\lor \neg q$i $\neg(p\lor
q)\Leftrightarrow\neg p\land \neg q$(prawa de Morgana)   
$\neg(p\Rightarrow q)\Leftrightarrow p\land\neg q$  
$(p\Leftrightarrow q)\Leftrightarrow(p\Rightarrow q)\land(q\Rightarrow
p)$

**Przykład** Niech $\alpha(p,q)=(p\Rightarrow p\lor
q)$. Udowodnimy, że $\alpha(p,q)$jest tautologią.

Sposób 1. Wprost. Sporządzamy tabelkę wartości logicznych formuły $\alpha$.

\begin{displaymath}\begin{array}{c\vert c\vert c\vert c}p&q&p\lor q&p\Rightarrow p\lor q \hline
1&1&1&1 1&0&1&1 0&1&1&1 0&0&0&1\end{array}\end{displaymath}

Z tabelki wartości logicznych formuły $\alpha$widzimy, że dla wszystkich wartości logicznych zmiennych $p,q$wartość $\alpha(p,q)$równa się $1$. Na mocy uwagi 1.2 $\alpha(p,q)$jest więc tautologią.